

بسمه تعالی

نقد و بررسی حد و پیوستگی حسابان چاپ ۸۹ - ۹۰

اکنون پس از سه دهه تدریس جبر سوم ریاضی، آنالیز چهارم و حسابان ۱ و ۲ نظام جدید و مطالعه حسابان چاپ جدید بر این باور هستیم که همان طور که هالموس می گویند مسئله قلب ریاضی است می گوئیم حد جان و روح ریاضی است. همچنان که آب مایه حیات و حد حیات ریاضی است.

لذا ما معلمین و مولفین باید سعی کنیم مفهوم حد را همان طور که ریاضی است به دانش آموزان انتقال مفهوم دهیم تکنیک های محاسبه حد را جزء ریاضی فرض کنیم و محتوای مطالب حد را در کتاب های علمی آموزشی به نسل نو انتقال دهیم، در کتاب جبر سوم و آنالیز چهارم ریاضی در دو دهه (۷۴ - ۵۵) سعی شد مفهوم و تعریف حد را به روش های و یاد دهند که به استادان ریاضی و دانش آموزان ریاضی دریافته شد که این تعریف و مفهوم با ساخت شناخت ذهن دانش آموزان سنخیت ندارد. لذا پس از ۲۰ سال تلاش بی اثر ماند و جامعه ریاضی در تلاش برای بهبود روش های نو یاد دهی این مفهوم شد با چند درجه رفیق کردن مفهوم در سال ۷۳ کتاب حسابان ۱ و ۲ تالیف شد که روش مفهوم حد به روش سقراطی و استقرای تجربی و مشاهده محوری در کتاب تالیف شد کتاب حسابان با ماندگاری حدود ۱۶ سال در این مبحث و جبر سوم ریاضی باز حدود ۲۰ سال ماندگاری محتوا در بین دیگر کتاب ها جای تقدیر و تشکر دارد.

مبحث حد در جبر سال سوم حدود ۳۰ صفحه، ۳۳ تمرین با نگاه تکرار و تمرین تعمیم و تعمیم محتوا جلب رضایت مناسبی داشت جز آنکه در مفهوم سازی و تعریف و نتوانست موفق شود.

در کتاب حسابان ۱ و ۲ کد ۲۵۸/۱ حد و پیوستگی ۴۱ صفحه (۹۶ - ۵۵) با رویکرد شهودی سازی و روش سقراطی به بیان مفهوم حد پرداخته این کتاب علی رغم تغییرات فصول مختلف مبحث حد از پایداری محتوا برخوردار بوده و همچنین مفاهیم هر بخشی را با تمرین و تکرار جدا کرده.

یکی از ویژگی های مثبت کتاب تجربه سال های تدریس این کتاب از ۷۴ الی ۸۷ به صورت متوالی شاهد آن بودم که مبحث حد ، (حد بی نهایت ، حد در بی نهایت ، پیوستگی) با توان محاسباتی دانش آموزان سنخیت داشت جز اینکه مطالب بحث مشتق و کاربرد آن و ادامه کتاب و مطالب فصول اول و تعمیم بخشیدن به محتوای کتاب باعث کمبود زمان تدریس شده بود . به طوریکه تفاوت فاحشی بین چاپ اول و چاپ های آخر مشاهده می شده .

اکنون به عنوان نقد و بررسی کتاب حسابان چاپ ۸۹ لزوم تغییر کتاب را برای نسل نو و رفع مشکل زمان تدریس و افت تحصیلی و بیان شیوا و روش های نوین آموزشی ریاضی را می پذیریم . با مبانی علمی مقاومت در برابر تغییر کتاب های درسی نا آشنا نیستیم همان طور که ذکر شد حد جان و مایه حیات ریاضی است لذا بیان مفهوم و مفهوم سازی در ذهن دانش آموز یک فرهنگ و ادبیات ریاضی است لذا ارائه آن نیاز به دقت ها ، ظرافت ها و توجه خاصی لازم است .

در مقاله مشکلات اساسی آموزش ریاضی است لذا کتاب حسابان چاپ ۸۹ مبحث حد و پیوستگی از صفحه ۱۳۸ تا ۱۶۵ حدود ۲۸ صفحه تالیف شده ، در فصل اول و دوم و سوم گسترش تمرینات و تنوع سرفصل های جزئی به گونه ای است که هدف اصلی تالیف کتاب نامرئی شده یا چند شعبه شده در حالی که هدف آموزش حسابان است یعنی حساب مشتق و انتگرال بسیار خوب زمان برای تدریس حساب انتگرال نیست .

پس می طلبد که نام کتاب تغییر کند مثلاً « حساب مشتق » که با حذف کاربرد مشتق ماهیت حسابان مورد بی توجهی قرار گرفته در حالی که طبق تصویب شورای برنامه ریزی ریاضی کشور سرفصل ها ثابت و بدون تغییر است .

اکنون به نکات اصلاحی و سازنده کتاب توجه می کنیم .

در ابتدای فصل ۴ صفحه ۱۳۶ واژه « برگشت به جلو » در متون فارسی و محاوره فارسی برگشت یعنی خلاف جهت حرکت و جلو یعنی در امتداد حرکت لذا حدف این واژه یا واژه ای که دنباله تفاضلات صفر شونده را نشان دهد ضروری است ، صفحه ۱۴۱ تعریف ریاضی حد خام (بدون پردازش است) .

[به طور دقیق تر ، $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ به معنای آن است که اگر x (در دامنه f) به اندازه کافی به a نزدیک شود آنگاه فاصله $f(x)$ تا L از هر مقداری که انتخاب کرده باشیم کوچکتر می شود] .

همان مفهومی که در نظام قدیم موفق به بیان آن نشدیم [جبر سال سوم و آنالیز چهارم ریاضی] چرا بدون فعالیت محوری ارائه شده در حالی که در کتاب ریاضی ۲ فصل اول بخش دنباله تفاضلات را مقدمه این بحث بیان می کردند . همچنین در صفحه ۱۴۱ تعریف حد بی نهایت ، با حد ندارد یکی شده درست است که اگر حد تابع بی نهایت شود ($\bar{\infty}$) می گوئیم تابع حد ندارد ولی آیا حد بی نهایت یک مفهوم و تعریف ریاضی نیست ؟ کتاب های جرج توماس - سیلورمن ، آپستل و لویی هلد همگی به عنوان یک مفهوم ریاضی آورده اند و حقیر برای دبیرخانه ریاضی کشور در مقاله ای تحت عنوان بی نهایت حد هست یا نیست به بررسی این مفهوم ریاضی پرداخته و کتاب های ریاضی عمومی وقتی حد می شوند می گویند حد ندارد .

ولی حذف مفهوم نمی کنند ، صفحه ۱۴۴ قضیه صورت معنایی قضیه و نتیجه آن مخلوط است .

« تابع حد دارد اگر حد چپ و راست موجود و برابر باشند و بر عکس » .

نتیجه : اگر حد چپ و یا حد راست موجود نباشند یا برابر آنگاه تابع حد ندارد .

با توجه به آموزش قضیه در هندسه ۱ و ۲ ساختمان قضایا در قالب صورت های شرطی بیان شوند . در صفحه ۱۴۵ ، در تمرین در کلاس به جای a عدد آورده شود ، و نیز به جای $a=0$ نماد $x \rightarrow a$ نمایش داده شود ، در صفحه ۱۴۹ ، تمرین در کلاس برای مفهوم سازی مطلب چنین تمرین مناسب نیست و به مسائل منتقل شود .

$$y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-[x]}$$

صفحه ۱۵۰ ، قرار داد : خود قرار داد نماد غیر متعارف (غلط) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ در بر دارد . در حالی که منظور نماد $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ که این قرار داد هیچ مشکلی از آموزش ریاضی حل نمی کند جز اینکه در مباحث حد باید دقت در همسایگی را مورد توجه قرار داد .

صفحه ۱۵۰ ، در مسائل ، مساله ۱ ، ه و $y = \frac{\sqrt{x(x-1)}}{x^2-1}$ و $y = \frac{1-\cos x}{x^2}$ قابلیت پیاده کردن و حل در کار است بدون فکر قبلی نیست و پیام مفهوم سازی خاصی هم ندارد لذا پیشنهاد حذف آنها داده می شود .

در تمرین ۲- مسائل وجود حد قبل از حد راست و حد چپ اضافی است و مقدار حد نشان از وجود حد می دهد ، در تمرین ۲ ، الف اشکال نمادی دارد $y = [x]$ و $a = \frac{1}{2}$.

در تمرین ۴- برای تکرار و تمرین حد مناسب نیست بهتر است دو مورد آن ذکر شود .

در تمرین ۵- متحرکی روی محور x ها به گونه ای حرکت می کند که در هر لحظه در مکان $x(t)$ قرار دارد و $x(t) = t^2 - t$ نمودار این تابع سهمی است و $x(t)$ دیگر روی محور x ها نیست لذا تمرین باید اصلاح شود.

توجه : همسایگی چپ و همسایگی راست و همسایگی نقاط با ارائه تمرین و مثال ملکه ذهن می شود و جای تمرین خالی است ، همسایگی محذوف تمرین می خواهد ، نامعادلات با فرم همسایگی جزء دانش ریاضی است .

صفحه ۱۵۲ ، مثال باید قضیه ۱ شود و بهتر است یک مثال شهودی و فعالیت محوری ارائه شود سپس مفهوم سازی و سپس بیان قضیه ، برای مثال ۲ هم به همین طریق مثال شهودی و سپس مفهوم سازی .

صفحه ۱۵۳ ، شرط دامنه f و g یکسان در قضیه لازم نیست ، کافی است در همسایگی a تعریف شده باشد .

صفحه ۱۵۳ ، تمرین کلاس به تمرین در منزل تبدیل شود ، به جای آن چند تمرین به معنای تکرار مفهوم حد و قضایای حد آورده شود تا دانش آموز محاسبات حدی را یاد بگیرد .

صفحه ۱۵۵ ، سطر آخر به نماد $\frac{1}{L}$ اصلاح شود ($\frac{L}{L}$ نوشته شود) و صفحه ۱۵۶ سطر اول .

صفحه ۱۵۶ ، تمرین در کلاس ۲ و ۳ به عنوان قضیه ذکر شود ، بهتر است .

صفحه ۱۵۷ ، سطر سوم اصطلاحاً حالت $\frac{0}{0}$ می نامند قابل درک نیست با فعالیت و مثال و جدول این نماد را ظاهر سازیم و برای آن نام گذاری کنیم .

صفحه ۱۵۷ ، مثال ۱ و ۲ به عنوان پیش مقدمه رفع ابهام کسرهایی که به صورت و مخرج آنها چندجمله ای

$p(x)$ و $Q(x)$ است مناسب نیست بهتر است از توابع $f(x)_{x \rightarrow a} = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ و $f(x)_{x \rightarrow 0} = \frac{x^2 - x}{x}$ استفاده شود.

زیرا با نتیجه گیری بالا سنخیت ندارد .

مواجه شدن دانش آموزان با نماد $\frac{0}{0}$ در فعالیت و کار در کلاس باید ظاهر شود . روش های تدریس کلاسیک به

جای روش های نوین آموزش ریاضی صفحه ۱۵۷ را پر کرده آیا فکر کرده ایم با دانش آموز سر و کار داریم ،

تمرین و تکرار او کجاست چند مثال برای رفع ابهام کسری مثلثاتی - رادیکالی ارائه شود سپس به اثبات قضیه

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ بپردازیم راستی کدام قضیه را تا کنون ثابت کرده ایم که این را دقیق ثابت کنیم ولی به

عنوان یک فعالیت خوب است قضیه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ و قضیه افشردگی خود نیاز به یک جلسه کلاس و تمرینات

مرتبط و مستقل دارد که در سازمان (ساختمان) کتاب باید طراحی شود .

مسائل صفحه ۱۵۹ ، تمرینات با توانمندی دانش آموزان سنخیت ندارد به عنوان مثال ابتدا چند مثال

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1} \text{ سپس } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \text{ یا } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \text{ آورده شود.}$$

صفحه ۱۶۰ ، تمرین های ۲ و ۳ ، ایده اثبات دارند و متن فعالیت ها اثباتی نیست .

توجه : مسائل فصل بر مبنای یک جلسه کلاس جداسازی شود .

سوال: چگونه می توان نشان داد تابعی در تمام نقاط دامنه ی خود پیوسته است و آن را تابعی پیوسته نامید ؟

چرا قضایای جمع و تفریق و ضرب و تقسیم توابع پیوسته نادیده گرفته شد فقط توابع رادیکالی ، سینوس و کسینوس و نمایی و ترکیب توابع مد نظر قرار گرفته نگاه دانشگاهی بر دانش آموزان افکنده شده و در محمل بازخورد کلاس به اهداف نمی رسد ، حذف پیوستگی چپ و راست هیچ صرفه جویی در حافظه ایجاد نمی کند .

صفحه ۱۵۶ تمرین ۳ ، ابتدا ف یک پارامتر را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد سپس این مثال ارائه شود .